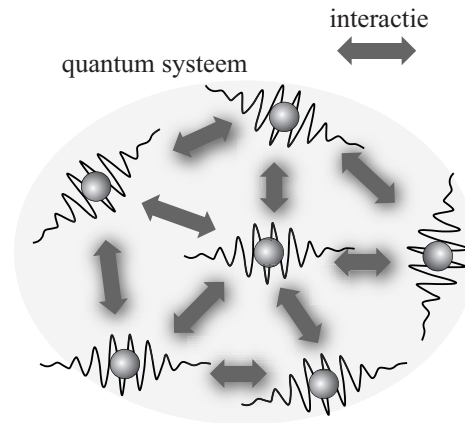
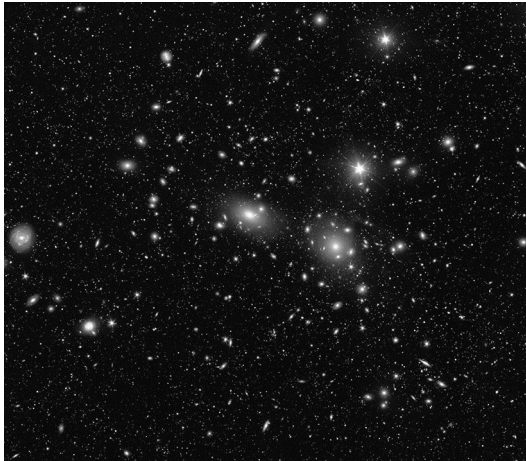


## De kracht van het viriaal-theorema

Lees onderstaand artikel.

### Het viriaal-theorema

Vrijwel alle systemen in de natuur, of het nu sterrenstelsels of quantum-systemen zijn, bestaan uit veel deeltjes en zijn niet exact te berekenen.



Met behulp van behoudswetten kunnen er toch belangrijke uitspraken over het systeem gedaan worden. Eén van die behoudswetten is het volgende verband tussen de potentiële energie en de kinetische energie:

$$E_p = -2E_k.$$

Dit verband wordt het viriaal-theorema genoemd.

In de context van sterrenstelsels en andere systemen waar de gravitatiekracht een rol speelt, wordt de volgende vorm van het viriaal-theorema gebruikt:

$$E_g = -2E_k \quad (1)$$

Hierin is:

- $E_g$  de gravitatie-energie;
- $E_k$  de kinetische energie.

Het internationaal ruimtestation ISS heeft een massa van  $4,19 \cdot 10^5$  kg en draait op een hoogte van 409 km boven de aarde.

4p 12 Bereken met behulp van het viriaal-theorema (formule (1)) de snelheid van het ISS.

3p 13 Leid het viriaal-theorema (formule (1)) af voor een satelliet met een massa  $m$  die in een cirkelbaan om een hemellichaam met massa  $M$  draait.

Het viriaal-theorema geldt ook voor verzamelingen van sterrenstelsels. Als men de gravitatie-energie van alle deeltjes in een ster, of van alle sterren in één of meerdere sterrenstelsels bij elkaar optelt, is het resultaat:

$$E_g = -\frac{3GM^2}{5R} \quad (2)$$

Hierin is:

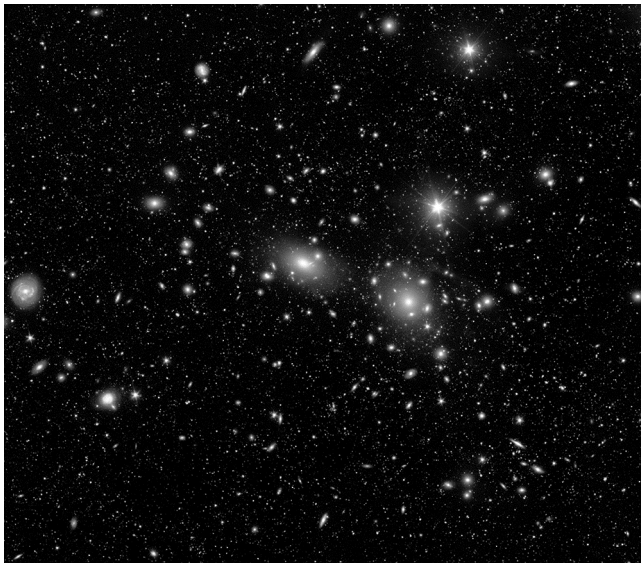
- $M$  de totale massa;
- $R$  de straal van het systeem;
- $G$  de gravitatieconstante.

### Comacluster

Het Comacluster (zie figuur 1) is een verzameling sterrenstelsels met een straal van  $8,4 \cdot 10^{22}$  m en een 'zichtbare massa' van  $3,2 \cdot 10^{44}$  kg. (Dat is de massa die tot dan toe waarneembaar was.)

Uit dopplereffectmetingen blijkt dat de gemiddelde snelheid gelijk is aan  $1,7 \cdot 10^6$  m s<sup>-1</sup>.

figuur 1



In 1933 concludeerde de sterrenkundige Zwicky dat de massa die volgt uit het viriaal-theorema veel groter is dan de 'zichtbare massa'.

Zwicky was hiermee de eerste die het bestaan aantoonde van 'donkere materie', dit is het niet-zichtbare gedeelte van de totale massa.

3p 14 Bereken voor hoeveel procent het Comacluster uit donkere materie bestaat.

## Atomen van helium en waterstof

De elektrische wisselwerking tussen deeltjes hangt op dezelfde manier af van de onderlinge afstand als de gravitatie-wisselwerking. Om deze reden geldt het viriaal-theorema ook voor atomen en moleculen.

De potentiële energie wordt hier geleverd door elektrische aantrekking en afstoting.

Het atoom helium is een niet exact te berekenen systeem. Wel is het mogelijk een computermodel voor de grondtoestand van helium te gebruiken. In tabel 1 staat het resultaat van zo'n modelberekening.

Hierin staan voor de totale potentiële energie  $E_p$  twee bijdragen:

- $E_{p,kern}$  de potentiële energie door de aantrekking van de elektronen door de kern;
- $E_{p,e-e}$  de potentiële energie door de onderlinge afstoting van de elektronen.

**tabel 1**

Energie	eV
$E_k$	79,0
$E_{p,kern}$	-185,9
$E_{p,e-e}$	27,9
$E_{tot}$	-79,0

De energie van de grondtoestand van helium is experimenteel bepaald. Zie tabel 21C van BiNaS. Hierin staan de experimenteel bepaalde ionisatie-energieën. De ionisatie-energie is de energie die nodig is om een elektron uit een atoom of ion los te maken.

- 4p **15** Voer de volgende opdrachten uit:
- Laat zien dat de uitkomsten van de berekeningen in tabel 1 in overeenstemming zijn met het viriaal-theorema.
  - Laat zien dat de berekende waarde van de totale energie in tabel 1 in overeenstemming is met experimentele waarden uit BiNaS 21C.

Voor waterstof is de berekening van de grondtoestand wel exact te maken.

- 3p **16** Vul in de tabel op de uitwerkbijlage de energiewaarden van de grondtoestand van waterstof in.

16

tabel

Energie	eV
$E_k$	
$E_{p,kern}$	
$E_{p,e-e}$	
$E_{tot}$	